

СНИЖЕНИЕ ЧИСЛА КРИТЕРИЕВ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ МЕТОДОМ ПОПАРНОГО СРАВНЕНИЯ

Проведен анализ существующих методов снижения числа критериев в многокритериальных задачах принятия решений. Предложен алгоритм к снижению количества критериев в многокритериальных задачах оценивания фундаментальных и прикладных научно-технических проектов с использованием метода парного сравнения и аддитивно-мультипликативного подхода. Метод предназначен для случаев, когда невозможно игнорировать ни один из критериев. Представлены основные этапы реализации данного метода для свертывания иерархической структуры критериев экспертной оценки фундаментальных, а также прикладных научно-технических проектов. Приведенные примеры позволяют определить наиболее приоритетные критерии по каждой группе.

Ключевые слова: метод попарного сравнения; свертка критериев; многокритериальный выбор; экспертная оценка; научно-технические проекты.

Постановка проблемы. Многокритериальная задача принятия решений – задача выбора, содержащая множество возможных решений и векторный критерий. Проблема такой задачи заключается в снижении числа критериев. Свертки, позволяющие находить все эффективные решения в задачах одного класса, оказываются непригодными для решения задач другого класса. Таким образом, выбор типа свертки в задачах многокритериальной оптимизации является важным этапом, от которого зависит сама возможность нахождения оптимального решения.

Анализ последних публикаций и достижений показал, что к настоящему времени разработано множество методов решения задачи многокритериальной оптимизации [1; 2], большая часть которых основана на сведении многокритериальной задачи оптимизации к однокритериальной, посредством снижения числа критериев [4; 5; 8]. Для использования метода свертки критериев необходимо измерение значений критериев в абсолютной шкале, а также соблюдение требования независимости критериев. Необходимо отметить, что линейная свертка [4; 8] корректна только тогда, когда все критерии попарно независимы по предпочтению, а мультипликативная свертка [8] удачна, когда низкие оценки даже по одному-двум критериям в принципе нежелательны. В то же время число публикаций, посвященных вопросам комплексного использования аддитивно-мультипликативного подхода, является недостаточным.

Целью работы является разработка методики к сворачиванию некоторого множества критериев в задачах оценивания альтернатив с использованием аддитивно-мультипликативного подхода.

Изложение основного материала. Для оценивания и последующего ранжирования критериев воспользуемся методом попарного сравнения (МПС), специфика которого заключается в установлении предпочтения объектов при сравнении всех возможных пар. При использовании метода чаще всего составляется квадратная матрица размером $N \times N$, где N – количество сравниваемых объектов.

Взяв за основу метод анализа иерархий [6; 7] (МАИ) экспертной группе необходимо провести:

1) попарное сравнение групп критериев оценивания проектов используя шкалу отношений, которая позволяет ЛПР ставить в соответствие степени предпочтения одной группы перед другой числа от 1 до 9 или обратное значение чисел или установить равенство групп критериев [7]. Парное сравнение можно проводить при большом числе объектов, а также в тех случаях, когда различие между объектами столь незначительно, что практически невыполнимо их ранжирование;

2) расчет среднего геометрического по каждой строке: $срГ = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n a}$, где a – элемент матрицы парных сравнений, n – количество элементов в строке, i – номер текущего элемента от 1 до n ;

3) расчет веса критериев: $\omega_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$;

4) нормирование весовых коэффициентов;

В формализованном виде процедуры 1–4 можно представить следующей схемой (1):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[n]{a_{11} \cdot a_{12} \cdot \dots \cdot a_{1n}} = Cpl_1 \\ \sqrt[n]{a_{21} \cdot a_{22} \cdot \dots \cdot a_{2n}} = Cpl_2 \\ \dots \\ \sqrt[n]{a_{n1} \cdot a_{n2} \cdot \dots \cdot a_{nn}} = Cpl_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{Cpl_1}{\sum Cpl_i} = \omega_1, \frac{Cpl_2}{\sum Cpl_i} = \omega_2, \dots, \frac{Cpl_n}{\sum Cpl_i} = \omega_n \right\} \Rightarrow (\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) - \text{вектор приоритетов} \quad (1)$$

Проверка согласованности локальных приоритетов производится в следующем порядке:

а) расчет собственного значения матрицы:

$$\lambda_{\max} = ((a_{11} + a_{21} + \dots + a_{n1}) \cdot \omega_1) + ((a_{12} + a_{22} + \dots + a_{n2}) \cdot \omega_2) + \dots + ((a_{1n} + a_{2n} + \dots + a_{nn}) \cdot \omega_n) \quad (2)$$

б) расчет индекса согласованности (3):

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (3)$$

в) расчет отношения согласованности (4):

$$OC = \frac{IC}{PCC}, \quad (4)$$

где PCC – показатель случайной согласованности, который определяется теоретически.

Оценки будут согласованы при условии, что OC должно быть меньше или равно 10–15%.

Использование метода свёртки критериев предполагает, что частные критерии измеряются в шкале отношений. Кроме того, критерии должны быть независимы друг от друга. Вес критериев, как правило, определяется экспертным методом.

Из множества критериев оценивания проектов K может быть получено усеченное множество критериев $K^* = \max\{\omega_{k1}, \omega_{k2}, \dots, \omega_{kn}\}$, где n – число критериев в группе.

Для определения приоритетности критерия в каждой группе предложены следующие интервалы приоритетов весовых коэффициентов:

– $\omega_I = [0–0.25]$ – низкий приоритет критерия;

– $\omega_{II} = [0.25–0.5]$ – средний приоритет критерия;

– $\omega_{III} = [0.5–1.0]$ – высокий приоритет критерия.

Линейная свёртка (5) применяется в том случае, когда уменьшение оценки по одному критерию компенсируется увеличением оценки по другому критерию.

$$A = \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \omega_i \quad (5)$$

В том случае, если влияние каждого параметра значимо, и нельзя игнорировать значение хотя бы одного критерия, целесообразно применять мультипликативную свёртку, при $\sum \omega_i = 1, 0 \leq a_{ij} \leq 1$ (6).

$$M = \prod_{i=1}^n a_{ij}^{\omega_i} \quad (6)$$

Задача снижения числа критериев в многокритериальных задачах принятия решений предполагает парное сравнение критериев оценивания фундаментальных или прикладных научно-технических проектов между собой группой экспертов. Сравнение проводится по одному или нескольким параметрам оценки проектов. Эти параметры выбираются в зависимости от конкретного типа проектов.

Рассмотрим задачу, где необходимо провести сворачивание иерархической структуры критериев K_ϕ экспертной оценки фундаментальных научно-технических проектов [3].

Имеются исходные множества оценивания фундаментальных проектов (таблица 1):

– множество групп критериев: $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$;

– множество критериев оценивания проектов в каждой группе: $K_\phi = \{K_1, K_2, \dots, K_{12}\}$.

Таблица 1

Параметры оценивания фундаментальных проектов

Группы критериев	Критерии
S_1 – Общие критерии оценки запроса	K_1 – Актуальность, научная обоснованность и перспективность проекта, связь с приоритетными направлениями развития науки и техники в Украине;
	K_2 – Научная новизна проекта, оригинальность и значимость идей, концепций, предлагаемых;
	K_3 – Оценка теорий, методов, методик, концепций и подходов, предлагаемых к использованию в проекте;
	K_4 – Соответствие ожидаемых научных результатов мировому уровню;
S_2 – Количественные показатели научного наследия авторов проекта	K_5 – Наличие и уровень предыдущих публикаций коллектива исполнителей работы (за 3 года);
	K_6 – Наличие подготовленных и защищенных диссертаций (за 3 года);
S_3 – Ожидаемые количественные показатели результатов выполнения проекта	K_7 – Ожидаемое количество и уровень публикаций коллектива исполнителей работы;
	K_8 – Ожидаемое использование результатов работы в учебном процессе (касается только вузов);
	K_9 – Подготовка научных кадров;
	K_{10} – Участие студентов, аспирантов, молодых ученых до 35 лет (с оплатой в пределах запроса) (касается только вузов);

S_4 – Организационно-технические показатели выполнения проекта	K_{11} – Наличие материально-технической базы организации-исполнителя для выполнения проекта;
	K_{12} – Наличие у организации-исполнителя современного электронного доступа к мировым информационным ресурсам.

Исходная структура критериев экспертного оценивания фундаментальных научно-технических проектов представлена на рисунке 1.

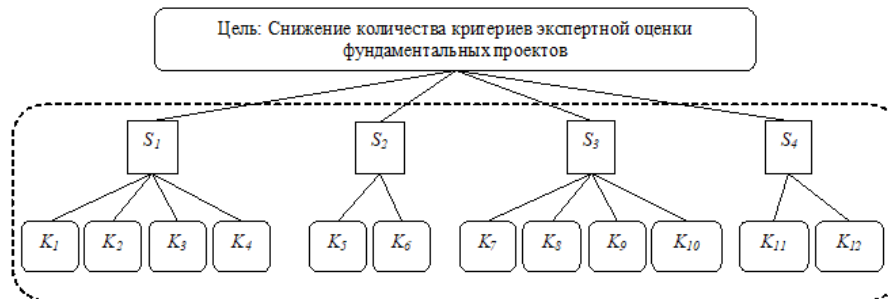


Рис. 1. Исходная структура критериев экспертного оценивания фундаментальных научно-технических проектов

Для решения задачи, экспертной группой проведены: формирование матриц парных сравнений между группами критериев и между критериями с использованием фундаментальной шкалы, расчет среднего геометрического, весовых коэффициентов групп критериев, и нормирование весов (1). Также выполнена проверка согласованности локальных приоритетов по формулам (2–4).

Результаты парного сравнения групп критериев внесены в таблицу 2.

Аналогично, проводится парное сравнение по каждому критерию в группах и проверка согласованности локальных приоритетов. Результаты по каждому критерию представлены в таблицах 3–6.

Таблица 2

Матрица парных сравнений групп критериев оценивания фундаментальных проектов

	S_1	S_2	S_3	S_4	$Cp\Gamma$	ω
S_1	1,00	0,20	0,33	0,50	0,4273	0,0874
S_2	5,00	1,00	0,33	3,00	1,4953	0,3059
S_3	3,00	3,00	1,00	3,00	2,2795	0,4663
S_4	2,00	0,33	0,33	1,00	0,6866	0,1404
Σ	11,00	4,53	2,00	7,50	4,8887	1,0000
λ_{\max}	4,3339					
$ИС$	0,1113					
$ОС$	0,1237					
$ПСС$	0,9					

Таблица 3

Парное сравнение критериев по группе S_1

S_1	K_1	K_2	K_3	K_4	$Cp\Gamma$	ω
K_1	1,00	0,33	0,33	0,33	0,4376	0,0929
K_2	3,00	1,00	3,00	0,50	1,4565	0,3091
K_3	3,00	0,33	1,00	0,33	0,7579	0,1609
K_4	3,00	2,00	3,00	1,00	2,0598	0,4372
Σ	10,00	3,67	7,33	2,16	4,7118	1,0000
$\lambda_{\max 1}$	4,1869					
$ИС_1$	0,0623					
$ОС_1$	0,0692					
$ПСС_1$	0,9					

Таблиця 4

Парное сравнение критериев по группе S_2

S_2	K_5	K_6	$Cp\Gamma$	ω
K_5	1,00	3,00	1,7321	0,7597
K_6	0,30	1,00	0,5477	0,2403
Σ	1,30	4,00	2,2798	1,0000

Таблиця 5

Парное сравнение критериев по группе S_3

S_3	K_7	K_8	K_9	K_{10}	$Cp\Gamma$	ω
K_7	1,00	3,00	3,00	5,00	2,5900	0,5003
K_8	0,33	1,00	0,33	3,00	0,7560	0,1460
K_9	0,33	3,00	1,00	5,00	1,4916	0,2881
K_{10}	0,20	0,33	0,20	1,00	0,3390	0,0655
Σ	1,86	7,33	4,53	14,00	5,1766	1,0000
$\lambda_{\max 3}$	4,2231					
IC_3	0,0744					
OC_3	0,0826					
PCC_3	0,9					

Таблиця 6

Парное сравнение критериев по группе S_4

S_4	K_{11}	K_{12}	$Cp\Gamma$	ω
K_{11}	1,00	0,33	0,5745	0,2491
K_{12}	3,00	1,00	1,7321	0,7509
Σ	4,00	1,33	2,3065	1,0000

Проведя парное сравнение весовых коэффициентов критериев оценивания проектов, построена сводная диаграмма (рис. 2).

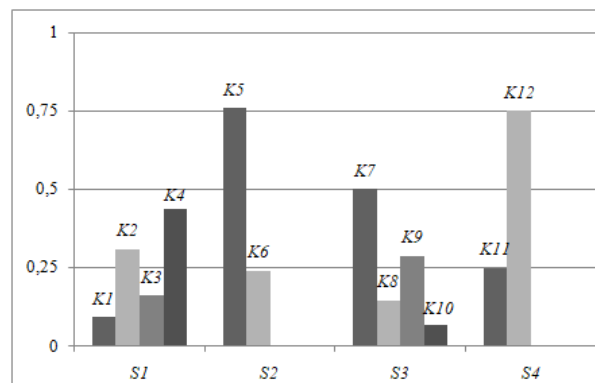


Рис. 2. Сводная диаграмма весовых коэффициентов критериев оценивания фундаментальных проектов

Из множества критериев оценивания проектов K_Φ получены усеченные множества критериев:

$$K_{\Phi 1}^* = \max\{\omega_{k1}, \omega_{k2}, \omega_{k3}, \omega_{k4}\} = \omega_{k4} = 0.4372$$

$$K_{\Phi 2}^* = \max\{\omega_{k5}, \omega_{k6}\} = \omega_{k5} = 0.7597$$

$$K_{\Phi 3}^* = \max\{\omega_{k7}, \omega_{k8}, \omega_{k9}, \omega_{k10}\} = \omega_{k7} = 0.5003$$

$$K_{\Phi 4}^* = \max\{\omega_{k11}, \omega_{k12}\} = \omega_{k12} = 0.7509$$

На основании усеченных множеств был сформирован вектор приоритетов: $(\omega_{k4}, \omega_{k5}, \omega_{k7}, \omega_{k12})$.

Весовой коэффициент ω_{k4} соответствует к интервалу среднего веса критерия ω_{II} , а весовые коэффи-

циенты $\omega_{k5}, \omega_{k7}, \omega_{k12}$ – интервалу высокого веса критерия ω_{III} .

Так как рассматривается тот случай, в котором нельзя игнорировать значение ни одного критерия, то используется мультипликативная свертка критериев оценивания фундаментальных проектов по формуле (2), после применения, которой были получены следующие результаты:

$$M_{\Phi 1} = \max\{M_1, M_2, M_3, M_4\} = \max\{0,736; 0,807; 0,837; 1,000\} = M_4$$

$$M_{\Phi 2} = \max\{M_5, M_6\} = \max\{1,000; 0,749\} = M_5$$

$$M_{\Phi 3} = \max\{M_7, M_8, M_9, M_{10}\} = \max\{1,000; 0,723; 0,727; 0,753\} = M_7$$

$$M_{\Phi 4} = \max\{M_{11}, M_{12}\} = \max\{0,759; 1,000\} = M_{12}$$

Результаты свертки структуры критериев экспертной оценки фундаментальных научно-технических проектов приведены на рисунке 3.

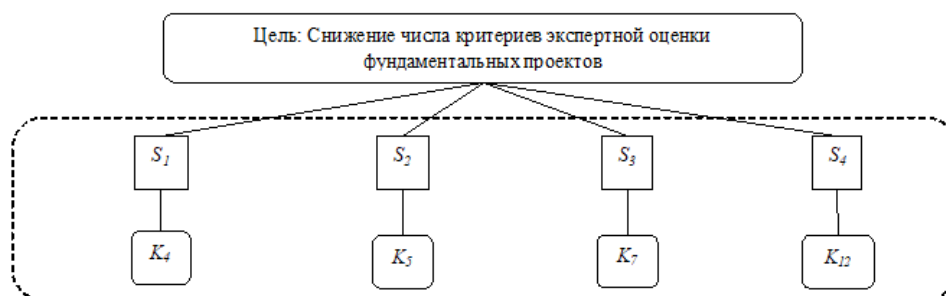


Рис. 3. Результаты свертки иерархической структуры критериев экспертного оценивания фундаментальных научно-технических проектов

Аналогично было проведено сворачивание иерархической структуры критериев экспертного оценивания прикладных научно-технических проектов [3], для которых заданы следующие исходные множества:

- множество групп критериев: $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$;
- множество критериев оценивания проектов

в каждой группе:

$$K_{II} = \{K_1, K_2, K_3, K_5, K_6, K_7, K_8, K_9, K_{10}, K_{11}, K_{12}, K_{13}, K_{14}, K_{15}\}$$

Исходная структура критериев экспертного оценивания прикладных научно-технических проектов представлена на рисунке 4.

Результаты парного сравнения критериев экспертной оценки прикладных проектов внесены в таблицу 7.

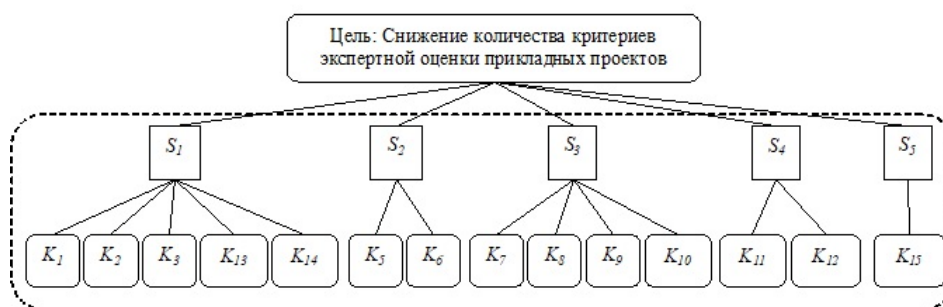


Рис. 4. Исходная структура критериев экспертного оценивания прикладных научно-технических проектов

Таблица 7

Сводная таблица результатов парного сравнения критериев экспертной оценки прикладных проектов

ω					
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
K_1	0,1527				
K_2	0,4233				
K_3	0,2375				
K_5		0,7597			
K_6		0,2403			
K_7			0,5003		
K_8			0,1460		
K_9			0,2881		
K_{10}			0,0655		
K_{11}				0,2491	
K_{12}				0,7509	
K_{13}	0,0706				
K_{14}	0,1160				
K_{15}					1,0000
Σ	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

После проведения парного сравнения весовых коэффициентов критериев оценивания прикладных научно-технических проектов, построена сводная диаграмма (рис. 5).

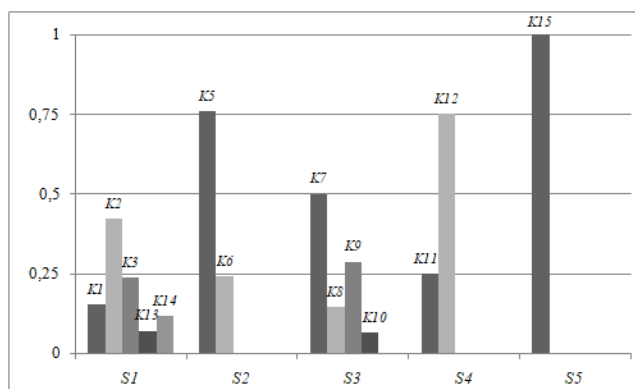


Рис. 5. Сводная диаграмма весовых коэффициентов критериев оценивания прикладных проектов

Из множества критериев оценивания проектов K_{II} получены усеченные множества критериев:

$$K_{II1}^* = \max\{\omega_{k1}, \omega_{k2}, \omega_{k3}, \omega_{k13}, \omega_{k14}\} = \omega_{k2} = 0,4233$$

$$K_{II2}^* = \max\{\omega_{k5}, \omega_{k6}\} = \omega_{k5} = 0,7597$$

$$K_{II3}^* = \max\{\omega_{k7}, \omega_{k8}, \omega_{k9}, \omega_{k10}\} = \omega_{k7} = 0,5003$$

$$K_{II4}^* = \max\{\omega_{k11}, \omega_{k12}\} = \omega_{k12} = 0,7509$$

$$K_{II5}^* = \max\{\omega_{k15}\} = \omega_{k15} = 1,0000$$

Таким образом, был сформирован вектор приоритетов: $(\omega_{k2}, \omega_{k5}, \omega_{k7}, \omega_{k12}, \omega_{k15})$.

Применив мультипликативную свертку M_{II} по формуле (2), получены результаты:

$$M_{II1} = \{M_1, M_2, M_3, M_{13}, M_{14}\} = \max\{0,713; 1,000; 0,7685; 0,7383; 0,7135\} = M_2$$

$$M_{II1} = \{M_5, M_6\} = \max\{1,000; 0,7488\} = M_5$$

$$M_{II1} = \{M_7, M_8, M_9, M_{10}\} = \max\{1,000; 0,7234; 0,7266; 0,7532\} = M_7$$

$$M_{II1} = \{M_{11}, M_{12}\} = \max\{0,7587; 1,000\} = M_{12}$$

$$M_{II1} = \{M_{15}\} = 1,000 = M_{15}$$

Результаты свертки иерархической структуры критериев экспертного оценивания прикладных научно-технических проектов приведены на рисунке 6.

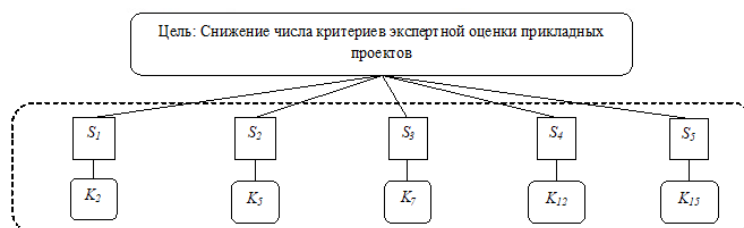


Рис. 6. Результаты свертки иерархической структуры критериев экспертной оценки прикладных научно-технических проектов

Выводы. Подход, предложенный в статье, позволяет проводить сворачивание некоторого множества критериев в задачах оценивания альтернатив на основе метода попарных сравнений, и рекомендован к

использованию в случаях, когда нельзя игнорировать значимость каждого критерия. Особенностью данного метода является применение аддитивно-мультипликативного подхода.

Парное сравнение критериев оценивания проектов показывает, что в группе S_1 доминирует критерий K_4 , в S_2 – критерий K_5 , в S_3 доминирует K_7 , а в S_4 – K_{12} , в S_5 – K_{15} .

Список использованной литературы

1. Андрейчиков А. В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике [Текст] / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова – М. : Финансы и статистика, 2004. – 464 с.

2. Андрейчиков А. В. Системный анализ и синтез стратегических решений в инноватике : Математические, эвристические и интеллектуальные методы системного анализа и синтеза инноваций [Текст] : Учебное пособие. Изд. 3-е. / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова – М. : ЛЕНАНД, 2015. – 306 с.
3. Коваленко И. И. Формирование критериев оценки фундаментальных и прикладных научно-исследовательских проектов [Текст] / И. И. Коваленко, А. Ю. Павленко // Інновації в суднобудуванні та океанотехніці : матеріали VII Міжнародної науково-технічної конференції – Миколаїв : НУК, 2016. – с. 362–363.
4. Ногин В. Д. Линейная свертка в многокритериальной оптимизации [Текст] / В. Д. Ногин // «Искусственный интеллект и принятие решений», 2014, № 4, с. 73–82.
5. Орлов А. И. Аддитивно-мультипликативная модель оценки рисков при создании ракетно-космической техники [Электронный ресурс] / А. И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2014. – № 08(102). с. 1–34. – Режим доступа : <http://www.ej.kubagro.ru/2014/08/pdf/04.pdf>
6. Подиновский В. В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений [Текст] / В. В. Подиновский – М. : Физматлит, 2007. – 64 с.
7. Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий [Текст] – М. : Радио и связь, 1993. – 316 с.
8. Сибикина И. В. Процедура оценки компетентности студентов ВУЗа, обучающихся по направлению «информационная безопасность» [Текст] // Вестник АГТУ, Сер. : Управление, вычислительная техника и информатика, 2011. – № 1. – с. 200–205.

І. І. Коваленко,

ЧНУ ім. Петра Могили, м. Миколаїв, Україна.

А. Ю. Павленко,

НУК ім. адм. Макарова, м. Миколаїв, Україна

ЗНИЖЕННЯ ЧИСЛА КРИТЕРІЇВ В БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ МЕТОДОМ ПОПАРНОГО ПОРІВНЯННЯ

Проведено аналіз існуючих методів зниження числа критеріїв в багатокритеріальних задачах прийняття рішень. Запропоновано алгоритм до зниження кількості критеріїв в багатокритеріальних задачах оцінювання фундаментальних та прикладних науково-технічних проектів з використанням методу попарного порівняння та адитивно-мультипликативного підходу. Метод призначений для випадків, коли неможливо ігнорувати жоден з критеріїв. Представлені основні етапи реалізації цього методу для згорання ієрархічної структури критеріїв експертної оцінки фундаментальних, а також прикладних науково-технічних проектів. Наведені приклади дають змогу визначити найбільш пріоритетні критерії по кожній групі.

Ключові слова: метод попарного порівняння; згортка критеріїв; багатокритеріальний вибір; експертна оцінка; науково-технічні проекти.

I. I. Kovalenko,

Petro Mohyla Black Sea National University, Mykolayiv, Ukraine.

A. Y. Pavlenko,

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolayiv, Ukraine.

REDUCING THE NUMBER OF CRITERIA IN MULTI-CRITERIA DECISION-MAKING PROBLEMS BY PAIRWISE COMPARISON

Existing methods for reducing the number of criteria in multicriteria decision-making tasks have been analyzed. The aim of the paper is to develop a convolution method for a set of criteria. The algorithm for reducing the number of criteria in the tasks of evaluating of fundamental and applied scientific and technical projects using the method of pairwise comparison and the additive-multiplicative approach was proposed in this paper. The main stages of implementation of it are presented. The approach provides the reduction of the hierarchical structure of the criteria for expert appraisal of fundamental as well as applied scientific and technical projects in the examples. The algorithm was considered give the opportunity to determine the highest priority criteria for each group. The method is intended for cases where it is impossible to ignore any of the criteria.

Key words: method of pairwise comparison; convolution of criteria; multi-criteria choice; expert evaluation; scientific and technical projects.

Рецензенти: Фісун М. Т., д-р техн. наук, професор;

Швед А. В., канд. техн. наук, доцент (б. в. з.).